STATISTIK INDUSTRI 1

Agustina Eunike, ST., MT., MBA

Distribusi Peluang Kontinyu

CHI-SQUARED

Distribusi Chi-Squared

- Distribusi gamma dengan $\alpha = \nu/2$ dan $\beta = 2$
  - ν: degrees of freedom (derajat kebebasan), positive integer

- Density Function:

$$f(x;\nu) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)} x^{(\nu/2)-1} e^{-x/2}, x > 0 \\ 0, elsewhere \end{cases}$$

- Mean dan Variansi:

$$\mu = \nu \text{ dan } \sigma^2 = 2\nu$$

Distribusi Chi-Squared

- Di suatu kota, pemakaian tenaga listrik harian dalam jutaan kilowatt-jam, variabel acak X berdistribusi gamma dengan $\mu = 6$ dan $\sigma^2 = 12$.
  a. Cari nilai α dan β
  b. Cari peluang suatu hari tertentu pemakaian harian tenaga listrik akan melebihi 12 juta kilowatt-jam
- Jawab:
  a. $\alpha = \nu/2, \nu = \mu = 6, \alpha = \frac{6}{2} = 3, \beta = 2$

  b. $P(X > 12) = 1 - \left(\frac{1}{2^3}\int_0^{12} \frac{1}{\Gamma(3)} x^2 e^{-\frac{x}{2}}\right)$

  $$P(X > 12) = 1 - \left(\int_0^6 \frac{1}{\Gamma(3)} y^2 e^{-y}\right)$$

  $P(X > 12) = 1 - F(6; 3) = 1 - 0.9380 = 0.0620$

Distribusi Peluang Kontinyu

BETA

Distribusi Beta

- Pengembangan dari distribusi uniform
- Distribusi kontiyu yang fleksibel tetapi terbatas pada suatu range tertentu. Misal: proporsi radiasi matahari yang diserap oleh suatu material, waktu maksimal untuk menyelesaikan suatu proyek
- Fungsi Beta:

$$B(\alpha,\beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}, for\ \alpha,\beta > 0$$

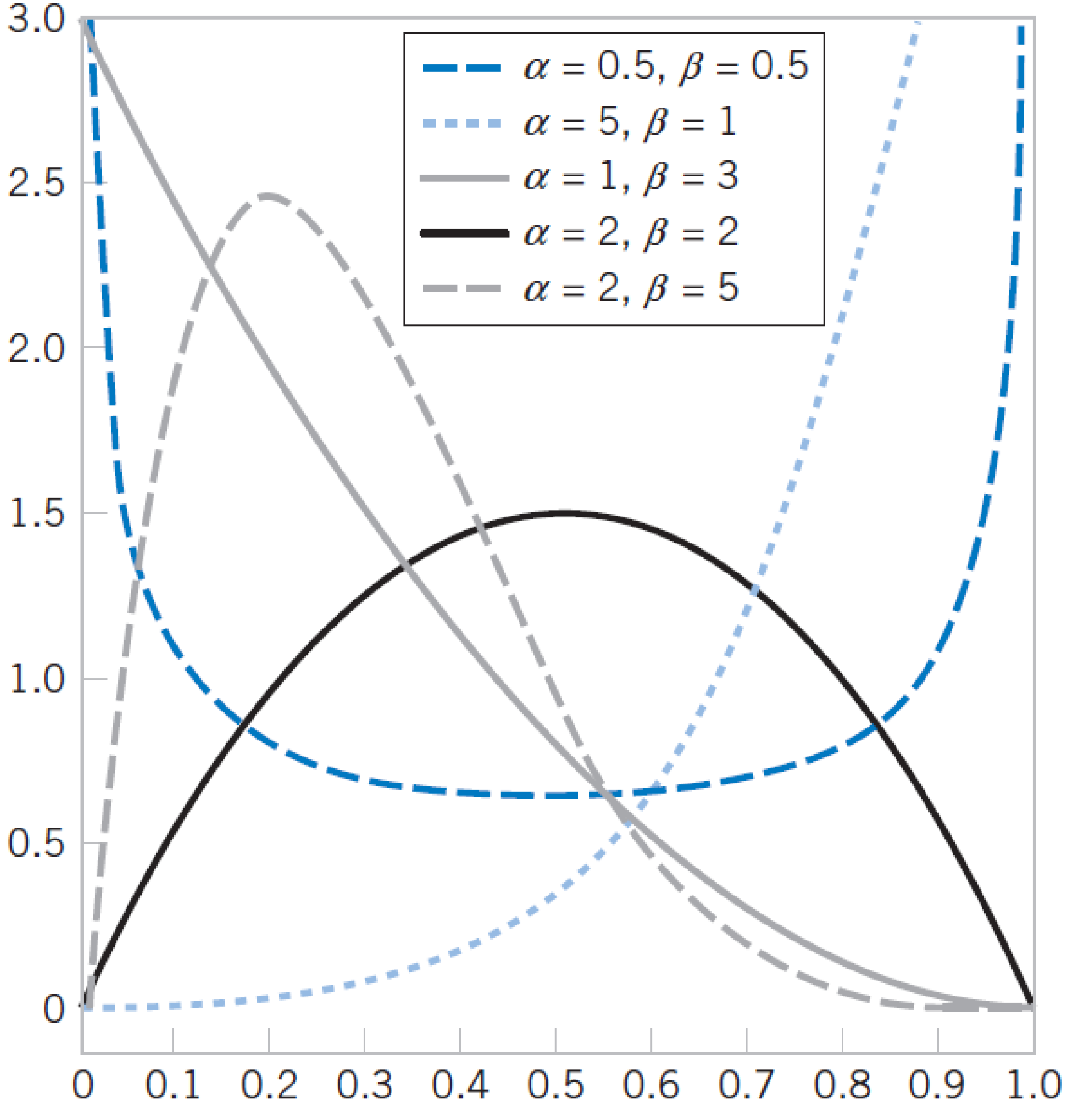
Dengan parameter: $\alpha > 0, \beta > 0$

- Density Function:

$$f(x;\nu) = \begin{cases} \frac{1}{B(\alpha,\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}, 0 < x < 1 \\ 0, elsewhere \end{cases}$$

  - Catatan: distribusi uniform (0,1) adalah distribusi beta dengan parameter $\alpha = 1, \beta = 1$
- $\alpha = \beta$, distribusi beta akan berbentuk simetris

Distribusi Beta



Distribusi Beta

- Mean dan Variansi:

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \text{ dan } \sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$$

  - Modus:

$$\mu = \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$$

  - Distribusi uniform (0,1), mean dan variansi:

$$\mu = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \text{ dan } \sigma^2 = \frac{(1)(1)}{(1+1)^2(1+1+1)} = \frac{1}{12}$$

Distribusi Beta

- Jika diketahui waktu maksimum penyelesaian suatu proyek berdistribusi beta dengan $\alpha = 3$, dan $\beta = 1$.
  a. Berapakah peluang waktu penyelesaian melebihi 0.7?
  b. Berapa rata-rata dan variansi distribusi tersebut?
- Jawab:

a. $\mathrm{P(X > 0.7)} = \int_{0.7}^{1} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \mathrm{x}^{\alpha-1}(1-\mathrm{x})^{\beta-1}$

$$\mathrm{P(X > 0.7)} = \int_{0.7}^{1} \frac{\Gamma(4)}{\Gamma(3)\Gamma(1)} \mathrm{x}^2 (1-\mathrm{x})^0$$

$$\mathrm{P(X > 0.7)} = \left(\frac{24}{6}\right)\left(\frac{1}{3}x^3\Big|_{0.7}^{1}\right) = 4 * 0.219 = 0.876$$

b. $\mathrm{Rata - rata = 0.75; Variansi = 0.0375}$

Referensi

- Montgomery, D. C., Runger, G.C., ***Applied Statistics and Probability for Engineers,*** 5th ed, John Wiley & Sons, Inc., Danvers, 2011
- Walpole, Ronald B., Myers, Raymond H., Myers, Sharon L., Ye, Keying, ***Probability & Statistics for Engineers and Scientist***, 9th ed, Prentice Hall Int., New Jersey, 2012.