

# STATISTIKA INDUSTRI 2

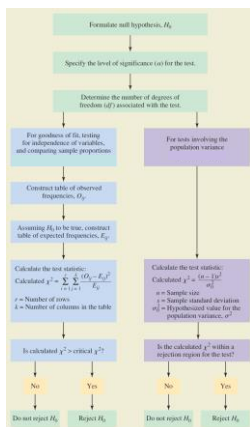
TIN 4004



## Pertemuan 5



- **Outline:**
  - Uji Goodness-of-Fit
  - Uji Independence / Contingency
  - Uji Homogenitas
- **Referensi:**
  - Montgomery, D.C., Runger, G.C., *Applied Statistic and Probability for Engineers*, 5<sup>th</sup> Ed. John Wiley & Sons, Inc., 2011.
  - Walpole, R.E., Myers, R.H., Myers, S.L., Ye, K., *Probability & Statistics for Engineers & Scientists*, 9<sup>th</sup> Ed. Prentice Hall, 2012.
  - Weiers, Ronald M., *Introduction to Business Statistics*, 7<sup>th</sup> Ed. South-Western, 2011.



General Procedures for Chi-square Tests



## Uji Goodness-of-Fit



- Menguji kesesuaian suatu distribusi pada suatu model populasi
  - Distribusi populasi tidak diketahui
  - Misal: kita ingin menguji hipotesa bahwa suatu populasi berdistribusi normal
- Prosedur pengujian berdasarkan distribusi chi-square
 
$$\chi^2_{hitung} = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}; \nu = k - 1$$
- $H_0$ : populasi berdistribusi " ... "
- $H_1$ : populasi tidak berdistribusi " ... "
- $o_i$  = observed frequency,  $e_i$  = expected frequency,  $k$  = frequency
- Jika frekuensi observasi berbeda dengan frekuensi ekspektasi,  $\chi^2_{hitung}$  akan besar, artinya "poor fit".
- Terima  $H_0$  jika "good fit", Tolak  $H_0$  jika "poor fit"
- Critical Region hanya berada pada "tail" kanan distribusi chi-square:
 
$$\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha, \nu}$$

## Contoh Soal



## Latihan Soal



- Uji hipotesa bahwa populasi dari data berikut adalah distribusi uniform: ( $\alpha = 0.05$ )
- $H_0$ : populasi berdistribusi uniform
- $H_1$ : populasi tidak berdistribusi uniform

Frekuensi	1	2	3	4	5	6
Observasi	20	22	17	18	19	24
Ekspektasi	20	20	20	20	20	20

$$\chi^2 = \frac{(20 - 20)^2}{20} + \frac{(22 - 20)^2}{20} + \frac{(17 - 20)^2}{20} + \frac{(18 - 20)^2}{20} + \frac{(19 - 20)^2}{20} + \frac{(24 - 20)^2}{20} = 1.7$$

- $\chi^2_{0.05 (6-1)} = 11.070$
- $\chi^2_{hitung} = 1.7 < \chi^2_{\alpha, \nu} = 11.070$ , terima  $H_0$ , data berdistribusi uniform

## Uji Independen (Categorical Data)

### Uji Tabel Contingency

- Uji hipotesa tentang independensi dua variabel klasifikasi
- Menggunakan **Uji Chi-Squared**
- **Tabel contingency**: tabel yang menunjukkan frekuensi pengamatan
- Tabel contingency yang terdiri atas “**r**” baris dan “**c**” kolom disebut juga dengan **tabel r x c**

## Uji Independen (Categorical Data)

### Langkah-langkah pengujian hipotesis:

- $H_0: p_{i1} = p_{i2} = \dots = p_{ic} = p; i = 1, 2, 3, \dots, r; (r \geq 2; c \geq 2)$
- $H_1: \text{tidak semua proposi sama}$   
 $H_0$ : The variables are independent of each other.  
 $H_1$ : The variables are not independent of each other.
- Tingkat signifikansi :  $\alpha$
- Data sampel :

	Sampel 1	Sampel 2	.....	Sampel c-1	Sampel c	Total (n <sub>i</sub> )
Kejadian 1	x <sub>11</sub>	x <sub>12</sub>	.....	x <sub>1,c-1</sub>	x <sub>1c</sub>	x <sub>1.</sub>
Kejadian 2	x <sub>21</sub>	x <sub>22</sub>	.....	x <sub>2,c-1</sub>	x <sub>2c</sub>	x <sub>2.</sub>
⋮						
Kejadian r-1	x <sub>r-1,1</sub>	x <sub>r-1,2</sub>	.....	x <sub>r-1,c-1</sub>	x <sub>r-1,c</sub>	x <sub>r-1.</sub>
Kejadian r	x <sub>r1</sub>	x <sub>r2</sub>	.....	x <sub>r,c-1</sub>	x <sub>rc</sub>	x <sub>r.</sub>
Total (n <sub>j</sub> )	n <sub>1.</sub>	n <sub>2.</sub>	.....	n <sub>1,c-1</sub>	n <sub>1c</sub>	n

x<sub>i</sub> = banyaknya kejadian i pada sampel j ; i = 1, 2, 3, ..... , r  
 n<sub>j</sub> = ukuran sampel j ; j = 1, 2, 3, ..... , c

## Uji Independen (Categorical Data)

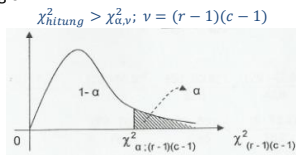
### Rumus

- Statistik uji:

$$\chi^2_{hitung} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$$o_{ij} = x_{ij}; e_{ij} = \frac{(\text{total kolom } x \text{ total baris})}{\text{grand total}}$$

- Critical region:



## Latihan Soal

- Untuk menentukan apakah terdapat hubungan antara performansi karyawan dalam program training yang diadakan perusahaan terhadap keberhasilan perusahaan mereka dalam tugas-tugas pekerjaannya, diambil sampel sebanyak 400 karyawan. Hasilnya disajikan dalam tabel berikut:

		Performansi dalam program training			Total x <sub>i</sub>
		Di bawah rata-rata	Rata-rata	Di atas rata-rata	
Keberhasilan dalam pekerjaan	Rendah	23	60	29	112
	Rata-rata	28	79	60	167
	Bagus	9	49	63	121
Total (n <sub>j</sub> )		60	188	152	400

Gunakan  $\alpha = 0,01$  untuk menguji hal tersebut

## Jawaban Latihan Soal

- $H_0: p_1 = p_2 = p_3 = p \Rightarrow$  performansi karyawan dalam program training dengan keberhasilan perusahaan adalah independen
- $H_1: \text{tidak semua proposi sama}$
- Tingkat signifikansi :  $\alpha = 0.01$
- Data sampel :

	Di bawah rata-rata	Rata-rata	Di atas rata-rata	Total x <sub>i</sub>
o <sub>1j</sub> e <sub>1j</sub>	23 16,8	60 52,6	29 42,6	112
o <sub>2j</sub> e <sub>2j</sub>	28 25,0	79 78,5	60 63,5	167
o <sub>3j</sub> e <sub>3j</sub>	9 18,2	49 56,9	63 45,9	121
Total n <sub>j</sub>	60	188	152	400

## Jawaban Latihan Soal

- Statistik uji:

$$\chi^2_{hitung} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$$= \frac{(23 - 16,8)^2}{16,8} + \frac{(60 - 52,6)^2}{52,6} + \frac{(29 - 42,6)^2}{42,6} + \frac{(28 - 25)^2}{25} + \frac{(79 - 78,5)^2}{78,5}$$

$$+ \frac{(60 - 63,5)^2}{63,5} + \frac{(9 - 18,2)^2}{18,2} + \frac{(49 - 56,9)^2}{56,9} + \frac{(63 - 45,9)^2}{45,9} = 20,34$$

- Critical region:

$$\chi^2_{hitung} > \chi^2_{0,01;(4)}; v = (3 - 1)(3 - 1)$$

$$\chi^2_{0,01;(4)} = 13,277$$

$$\chi^2_{hitung} = 20,34 > \chi^2_{0,01;(4)} = 13,277$$

- Kesimpulan:

Tolak  $H_0$ ; performansi karyawan dalam program training dengan keberhasilan perusahaan adalah tidak independen

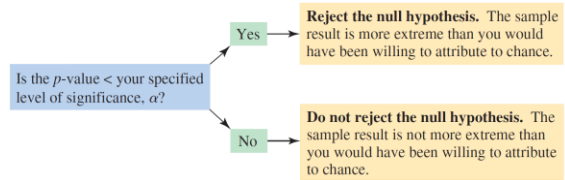
## Latihan Soal



- Seorang peneliti keselamatan lalulintas melakukan pengamatan pada 500 kendaraan di lampu merah di suatu perkotaan. Berdasarkan hasil pengamatan diperoleh data jenis kendaraan dan perilaku di lampu merah seperti pada tabel di bawah. Dengan tingkat signifikansi 0.05, dapatkah disimpulkan bahwa terdapat hubungan antara perilaku pengendara dan jenis kendaraan?

		Behavior at Stop Sign			
		Stopped	Coasted	Ran It	
Type of Vehicle	Car	183	107	60	350
	SUV	54	27	19	100
	Pickup	14	20	16	50
		251	154	95	500

## Pendekatan P-value pada Uji Hipotesis



## Jawaban Latihan Soal



		Behavior at Stop Sign			
		Stopped	Coasted	Ran It	
Type of Vehicle	Car	175.7	107.8	66.5	350.0
	SUV	50.2	30.8	19.0	100.0
	Pickup	25.1	15.4	9.5	50.0
		251.0	154.0	95.0	500.0

$E_{ij} = \frac{251}{500} \times 50$ , or 25.1

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= \frac{(183.0 - 175.7)^2}{175.7} + \frac{(107.0 - 107.8)^2}{107.8} + \frac{(60.0 - 66.5)^2}{66.5}$$

$$+ \frac{(54.0 - 50.2)^2}{50.2} + \frac{(27.0 - 30.8)^2}{30.8} + \frac{(19.0 - 19.0)^2}{19.0}$$

$$+ \frac{(14.0 - 25.1)^2}{25.1} + \frac{(20.0 - 15.4)^2}{15.4} + \frac{(16.0 - 9.5)^2}{9.5}$$

$$= 12.431$$

$P - value \approx 0,016$   
 $0,016 < 0,05$   
 $P - value < \alpha$   
 > Tolak  $H_0$   
 > terdapat hubungan antara perilaku pengendara dan jenis kendaraan

## Soal



According to the Bureau of the Census, 17% of Americans moved to a different house during the 1980–1981 period. This compares to 16% during 1990–1991 and 14% during 2000–2001.<sup>1</sup> For our example, we will assume that 1000 persons were surveyed during the two earlier studies and that 2000 persons were surveyed in the most recent one. Using the 0.05 level of significance, is it possible that the percentage of Americans who moved in each of these three periods was really the same, but the three surveys showed differences only because of sampling error?

## Uji Homogeneity: Test for several proportion



- Kelanjutan dari uji beda dua proporsi atau beda diantara  $k$  proporsi.
- $H_0: p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_k$
- $H_1: \text{tidak semua proposisi sama}$

Sample:	1	2	...	$k$
Successes	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
Failures	$n_1 - x_1$	$n_2 - x_2$	...	$n_k - x_k$

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \quad v = (2 - 1)(k - 1) = k - 1$$

## Latihan Soal



- Pada sebuah toko, dilakukan pengumpulan data untuk mengetahui apakah proporsi kerusakan yang dilakukan oleh pekerja shift siang, sore, dan malam adalah sama. Data yang diperoleh adalah sbb:

Shift	Siang	Sore	Malam
Kerusakan	45	55	70
Tanpa kerusakan	905	890	870

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 0.025, tentukan apakah proporsi kerusakan ketiga shift tersebut sama?

## Jawaban Latihan Soal



### Uji hipotesis

- $H_0: p_1 = p_2 = p_3$   
 $H_1: p_1, p_2, p_3$  tidak semua sama  
 $\alpha = 0,025$

$$e_1 = \frac{(950)(170)}{2835} = 57,0$$

- Daerah kritis (Daerah penolakan  $H_0$ )  
 $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{0,025;(2)} = \chi^2_{hitung} > 7.378$

$$e_2 = \frac{(945)(170)}{2835} = 56,7$$

Shift	Siang	Sore	Malam	Total
Kerusakan	45 (57.0)	55 (56.7)	70 (56.3)	170
Tanpa kerusakan	905 (893.0)	890 (888.3)	870 (883.7)	2665
<b>Total</b>	<b>950</b>	<b>945</b>	<b>940</b>	<b>2835</b>

$$\chi^2 = \frac{(45 - 57.0)^2}{57.0} + \frac{(55 - 56.7)^2}{56.7} + \frac{(70 - 56.3)^2}{56.3} + \frac{(905 - 893.0)^2}{893.0} + \frac{(890 - 888.3)^2}{888.3} + \frac{(870 - 883.7)^2}{883.7} = 6.29$$

- Kesimpulan: karena  $\chi^2_{hitung} = 6,29 < \chi^2_{0,025;(2)} = 7.378$  maka  $H_0$  diterima artinya proporsi kerusakan sama pada semua shift

## Soal



- Tabel berikut menunjukkan dampak yang terjadi akibat perubahan temperatur terhadap 3 jenis material.

Dampak	Material A	Material B	Material C	Total
Retak	41	27	22	90
Tetap Utuh	79	53	78	210
<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>300</b>

Gunakan tingkat signifikansi 0,05 untuk menguji apakah probabilitas akan terjadi keretakan pada ketiga material akibat temperatur tersebut sama.

## Pertemuan 6 - Persiapan



- Kuis-1:**  
- Materi Pertemuan 1-5

### Tugas:

#### No.1

- Bentuk kelompok terdiri dari maks. 3 mahasiswa
- Cari kasus di sekitar anda, lakukan pengambilan sample, lakukan uji hipotesis
- Satu kasus hanya untuk satu kelompok
- Satu metode uji hipotesis hanya boleh digunakan oleh maks. dua kelompok
- Laporan dalam bentuk PPT
- Laporan di-email ke [agustina.eunike@ub.ac.id](mailto:agustina.eunike@ub.ac.id)
- Deadline pengumpulan: 24 Oktober 2013 (12:00 am)

#### No.2

- Jelaskan dasar pendefinisian  $H_0$ : Populasi independen sebagai  
 $H_0: p_{11} = p_{12} = \dots = p_{ic} = p$

**SAMPAI JUMPA MINGGU DEPAN**