

PENELITIAN OPERASIONAL I

(TIN 4109)

Lecture 4

LINEAR PROGRAMMING

Lecture 4

- **Outline:**

- Simplex Method: Metode Big-M

- **References:**

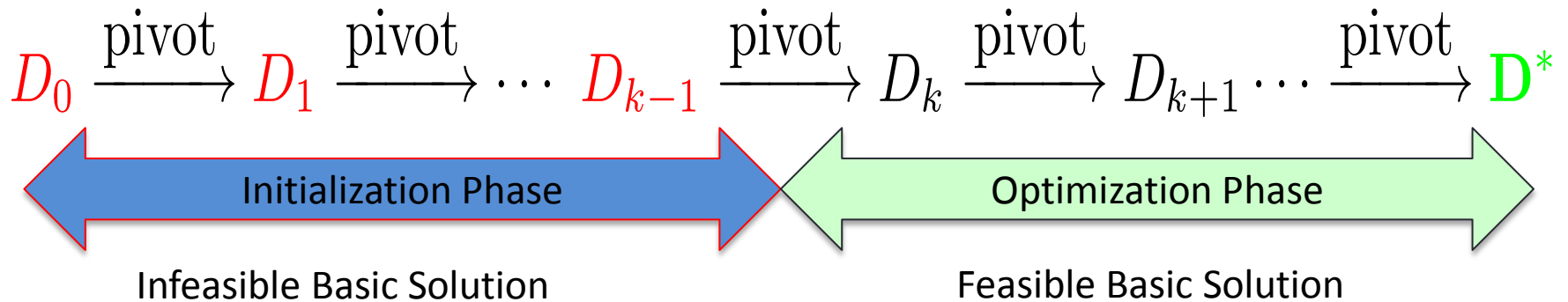
- Frederick Hillier and Gerald J. Lieberman. *Introduction to Operations Research*. 7th ed. The McGraw-Hill Companies, Inc, 2001.
- Hamdy A. Taha. *Operations Research: An Introduction*. 8th Edition. Prentice-Hall, Inc, 2007.

LP: Standard Form

$$\begin{array}{ll}
 \text{maximize} & c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \\
 \text{subj.to.} & a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
 & a_{21} x_1 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\
 & \vdots \\
 & a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m \\
 & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{maximize} & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 \text{subj.to.} & \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\
 & \mathbf{x} \geq 0
 \end{array}$$

Simplex Algorithm



Simplex Method:

Artificial Variable

- Menyelesaikan permasalahan LP dengan konstrain/kendala bertanda “=” dan “ \geq ”
- Artificial variable
 - dummy variable
 - Berperan sebagai slack variable pada iterasi pertama, untuk kemudian dibuang pada iterasi berikutnya
- Metode simplex yang menggunakan Artificial Variable:
 - **M-Method / Big-M**
 - **Two-phase Method / Metode dua fase**

Simplex Method:

M-Method

- Pada konstrain/kendala yang tidak memiliki slack variable ditambahkan artificial variable (R_i)
- Pinalti yang besar harus diberikan pada koefisien artificial variable (R_i) di fungsi tujuan yang berfungsi untuk me-nol-kan R_i pada saat tercapai solusi optimal
 - R_i nol pada solusi optimal terjadi jika permasalahan LP tersebut memiliki satu feasible solution. Salah satu faktor yang menyebabkan tidak adanya satu feasible solution adalah konstrain yang tidak konsisten, akibatnya pada solusi final akan terdapat minimal satu R_i bernilai positif.

Simplex Method:

M-Method

- Ketentuan Pinalti pada Artificial Variable (R_i):
 - Notasi: M
 - M harus bernilai cukup besar, secara matematis: $M \rightarrow \infty$
 - Koefisien penalti pada fungsi tujuan:

$$\text{Artificial variable objective coefficient} = \begin{cases} -M, & \text{pada permasalahan maksimasi} \\ M, & \text{pada permasalahan minimasi} \end{cases}$$

– Catatan:

- Pemilihan nilai M tergantung pada data. Nilai M yang terlalu besar justru dapat menimbulkan error pembulatan yang cukup signifikan
- Diduga merupakan salah satu kelemahan M-Method, sehingga jarang digunakan dibandingkan metode 2 fase (pokok bahasan pertemuan berikutnya)

M-Method: Contoh Soal

$$\text{Minimize } z = 4x_1 + x_2$$

subject to

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\text{Minimize } z = 4x_1 + x_2$$

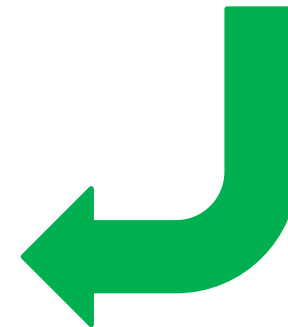
subject to

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 - x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$



M-Method: Contoh Soal

$$\text{Minimize } z = 4x_1 + x_2 + MR_1 + MR_2$$

subject to

$$3x_1 + x_2 + R_1 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 - x_3 + R_2 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, R_1, R_2 \geq 0$$

Basic	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	x_4	Solution
z	-4	-1	0	-100	-100	0	0
R_1	3	1	0	1	0	0	3
R_2	4	3	-1	0	1	0	6
x_4	1	2	0	0	0	1	4

M = 100

M-Method: Contoh Soal

$$\text{New } z\text{-row} = \text{Old } z\text{-row} + (100 \times R_1\text{-row} + 100 \times R_2\text{-row})$$

Basic	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	x_4	Solution
z	696	399	-100	0	0	0	900
R_1	3	1	0	1	0	0	3
R_2	4	3	-1	0	1	0	6
x_4	1	2	0	0	0	1	4

Hasil Optimal:

$$x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = \frac{9}{5}, z = \frac{17}{5}$$

Latihan Soal

1. Minimize $z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Maximize $z = 2x_1 + 5x_2$

s.t.

$$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Lecture 5 - Preparation

- **Baca:**
 - Simplex: Metode 2 Fase
 - Hamdy A. Taha. *Operations Research: An Introduction*. 8th Edition. Prentice-Hall, Inc, 2007. Chapter 3.
- **Tugas:**
 - **“Lakukan perbandingan metode perhitungan M-Method pada buku Taha dengan buku Lieberman”**
 - Tugas tulis tangan
 - Deadline: 17 Oktober 2013 (sebelum kelas dimulai)



SEE YOU