Pengantar Teknik Industri

TIN 4103

Lecture 10

- **Outline:**
  - Penelitian Operasional

- **References:**

  - ✓ Frederick Hillier and Gerald J. Lieberman. *Introduction to Operations Research*. 7th ed. The McGraw-Hill Companies, Inc, 2001.
  - ✓ Hamdy A. Taha. *Operations Research: An Introduction*. 8th Edition. Prentice-Hall, Inc, 2007.
  - ✓ Wignjosoebroto, Sritomo. 2003. **Pengantar Teknik dan Manajemen Industri**. Surabaya: Guna Widya.
  - ✓ Yuniarti, Rahmi. 2011. *Materi Kuliah: Penelitian Operasional*. Malang: PSTI UB.

TAHAP-TAHAP STUDI PO

1. Definisi Masalah
2. Pengembangan Model
3. Pemecahan Model
4. Pengujian Keabsahan Model
5. Implementasi Hasil Akhir

1. Definisi Masalah

- Deskripsi tentang sasaran atau tujuan dari studi yang dilakukan
- Identifikasi alternatif keputusan dari sistem
- Pengenalan tentang keterbatasan, batasan, dan persyaratan sistem

2. Pengembangan Model

- Memutuskan model yang paling sesuai untuk mewakili sistem
- Menyatakan ekspresi kuantitatif dari tujuan dan batasan masalah dalam bentuk variabel keputusan

3.Pemecahan Model

- Menggunakan teknik-teknik optimisasi yang didefinisikan dengan baik dan model tersebut dikatakan menghasilkan sebuah pemecahan optimal
- Cara penyelesaian:
  - Model matematis: teknik-teknik optimisasi
  - Simulasi: hubungan matematis dalam model terlalu kompleks untuk memungkinkan pemecahan analitis
  - Heuristik: mempercepat proses untuk mencapai pemecahan optimal dan/atau semata-mata digunakan untuk menemukan pemecahan yang "baik"/suboptimal
- Memperoleh informasi tambahan yang berkaitan dengan perilaku pemecahan yang disebabkan oleh perubahan dalam parameter sistem → analisis sensitivitas

4. Pengujian Keabsahan Model

- Validasi model = proses pengujian dan pengembangan model untuk meningkatkan validitas model
  - Kriteria yang tepat untuk menguji validitas sebuah model adalah apakah model tersebut memprediksi dampak-dampak relatif dari alternatif-alternatif tindakan dengan tingkatan akurasi yang memadai dalam rangka mengambil keputusan
- Model absah jika, walaupun tidak secara pasti mewakili sistem tersebut, dapat memberikan prediksi yang wajar dari kinerja sistem tersebut
  - Uji retrospektif = Membandingkan kinerjanya dengan data masa lalu yang tersedia untuk sistem aktual

5. Implementasi Hasil Akhir

- Melibatkan penerjemahan hasil menjadi petunjuk operasi yang terinci dan disebarkan dalam bentuk yang mudah dipahami kepada para individu yang akan mengatur dan mengoperasikan sistem yang direkomendasikan
- Biasanya berbasis komputer

MODEL MATEMATIS

- Merumuskan kembali permasalahan yang telah didefinisikan ke dalam suatu bentuk yang tepat untuk analisis dan dinyatakan dalam bentuk simbol dan lambang matematis
- Model matematis akan menyatakan bahwa permasalahannya adalah memilih nilai variabel keputusan untuk memaksimalkan (meminimalkan) fungsi tujuan sesuai dengan kendala-kendala tertentu

Komponen Model Matematis

1. Variabel Keputusan: keputusan yang dicari nilainya
2. Fungsi Tujuan: ukuran performansi, fungsi matematis dari variabel keputusan
3. Kendala: batasan-batasan nilai dari variabel-variabel keputusan
4. Parameter: konstanta (yaitu koefisien dan sisi sebelah kanan/RHS) di dalam fungsi tujuan dan kendala

Bentuk Umum Model Matematis

$$\min(\max)Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$ST:$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i; i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \geq 0; j = 1,2,\ldots,n$$

LINEAR PROGRAMMING PROBLEM

- Permasalahan program linear adalah permasalan minimasi atau maksimasi dari suatu fungsi linear, dimana juga terdapat adanya batasan linear dari tipe persamaan atau pertidaksamaan

Linear Programming

- Variabel Keputusan: x_j
- Parameter Model: c_j, b_i, a_{ij}
- Fungsi tujuan:
  - Max $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
  - Min $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
- Kendala
  - Kendala fungsional
    - $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$
    - $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \geq b_m$
    - $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m$
  - Kendala nonnegativitas
    - $x_j \geq 0$

Simbol yang Umum Digunakan

Z = Nilai dari semua standar performansi

x_j = Tingkat aktivitas j (untuk j = 1, 2, ..., n)

c_j = Penambahan terhadap Z yang diakibatkan oleh peningkatan tiap unit di tingkat aktivitas j

b_i = Jumlah sumber daya i yang tersedia untuk aktivitas (untuk i = 1, 2, ..., m)

a_{ij} = Jumlah sumber daya i yang dipakai oleh tiap unit aktivitas j

Data yang Diperlukan

Sumber Daya	Penggunaan Sumber Daya per Unit Aktivitas				Jumlah Sumber Daya yang Tersedia
	Aktivitas				
	1	2	…	n	
1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	b_2
:	…	…	…	…	:
m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	b_m
Kontribusi terhadap Z per unit aktivitas	c_1	c_2	…	c_n	

Bentuk Standar

$$\max Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$ST:$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i ; i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \ge 0; j = 1,2,\ldots,n$$

$$\min Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$ST:$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i ; i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \ge 0; j = 1,2,\ldots,n$$

Assumptions of Linear Programming

- Proportionality
  - Kontribusi setiap aktivitas terhadap nilai fungsi tujuan Z adalah proporsional terhadap tingkat aktivitas x_j, seperti yang digambarkan oleh suku c_jx_j dalam fungsi tujuan. Demikian pula, kontribusi setiap aktivitas di setiap sisi kiri tiap kendala fungsional adalah proporsional terhadap tingkat aktivitas x_j, seperti yang digambarkan oleh suku $a_{ij}x_j$ dalam kendala.

Assumptions of Linear Programming

- Additivity
  - Setiap fungsi dalam model pemrograman linier (baik fungsi tujuan maupun fungsi di sebelah kiri kendala fungsional) adalah jumlah kontribusi individu pada masing-masing aktivitas

Assumptions of Linear Programming

- Divisibility
  - Variabel keputusan dalam model pemrograman linier diperbolehkan untuk memiliki suatu nilai, termasuk nilai pecahan, yang memenuhi kendala fungsional dan kendala nonnegatif.
  - Variabel-variabel dapat bernilai bulat atau pecahan.

Assumptions of Linear Programming

- Certainty
  - Nilai yang diberikan oleh tiap parameter dari model pemrograman linier diasumsikan sebagai konstanta yang diketahui

Contoh Soal 1

- Reddy Mikks Company memiliki pabrik yang menghasilkan cat, interior dan eksterior untuk didistribusikan kepada para grosir. Dua bahan mentah, A dan B, dipergunakan untuk membuat cat tersebut. Ketersediaan A maksimum : 6 ton per hari; ketersediaan B: 8 ton per hari.
- Kebutuhan harian bahan mentah per ton cat interior dan eksterior diringkaskan dalam tabel.

	Ton Bahan Mentah per Ton Cat		Ketersediaan maksimum (ton)
	Eksterior	Interior	
A	1	2	6
B	2	1	8

Contoh Soal 1 lanjutan

- Sebuah survey pasar telah menetapkan bahwa permintaan harian akan cat interior tidak akan lebih dari 1 ton lebih tinggi dibandingkan permintaan akan cat eksterior.
- Survey tersebut juga memperlihatkan bahwa permintaan maksimum akan cat interior adalah terbatas pada 2 ton per hari.
- Harga grosir per ton adalah $3000 untuk cat eksterior dan $2000 untuk cat interior.
- Berapa banyak cat interior dan eksterior yang harus dihasilkan perusahaan tersebut setiap hari untuk memaksimumkan pendapatan kotor?

Contoh Soal 1

- X_j = jumlah ton cat jenis j yang diproduksi setiap hari
- C_j = harga grosir per ton cat jenis j
- A_{ij} = kebutuhan ton bahan mentah i untuk memproduksi 1 ton cat jenis j
- B_i = ketersediaan maksimum bahan mentah i per hari
- j = index jenis cat; 1 = cat interior, 2 = cat eksterior
- i = index bahan mentah; 1 = bahan A, 2 = bahan B

Contoh Soal 1

- Fungsi Tujuan: maksimumkan pendapatan kotor

  max $z = 2000\ X1 + 3000\ X2$

- Batasan bahan baku
  - Bahan baku A

    $2\ X1 + X2 \leq 6$
  - Bahan baku B

    $X1 + 2\ X2 \leq 8$

Contoh Soal 1

- Batasan permintaan harian
  - Permintaan harian cat interior tidak akan lebih dari 1 ton lebih tinggi dari cat eksterior

    $X1 - X2 \leq 1$
  - Permintaan maksimum harian cat interior adalah 2 ton

    $X1 \leq 2$

- Batasan non negativitas
  - $X1 \geq 0$
  - $X2 \geq 0$

Contoh Soal 1

max $z = 2000\ X1 + 3000\ X2$

Subject To:

1) $2\ X1 + X2 \leq 6$
2) $X1 + 2\ X2 \leq 8$
3) $X1 - X2 \leq 1$
4) $X1 \leq 2$
5) $X1 \geq 0$
6) $X2 \geq 0$

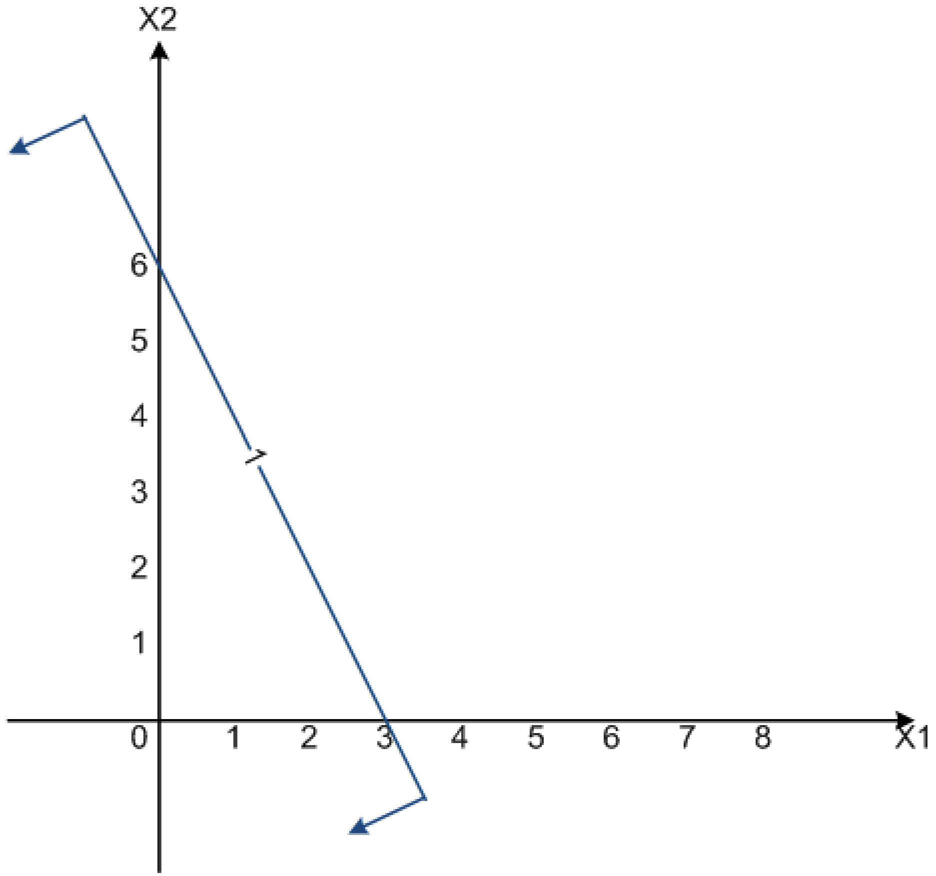
Menyelesaikan Contoh Soal 1 dengan Metode Grafik

- Mencari titik potong fungsi kendala dengan sumbu X dan sumbu Y diagram cartesius
- Menentukan daerah layak
- Menentukan garis fungsi tujuan – menggeser
- Menentukan solusi optimal

Contoh Soal 1

- $2 X1 + X2 \le 6$
- Titik potong dengan sumbu X1
  - $X2 = 0$
  - $X1 = 3$
- Titik potong dengan sumbu X2
  - $X1 = 0$
  - $X2 = 6$

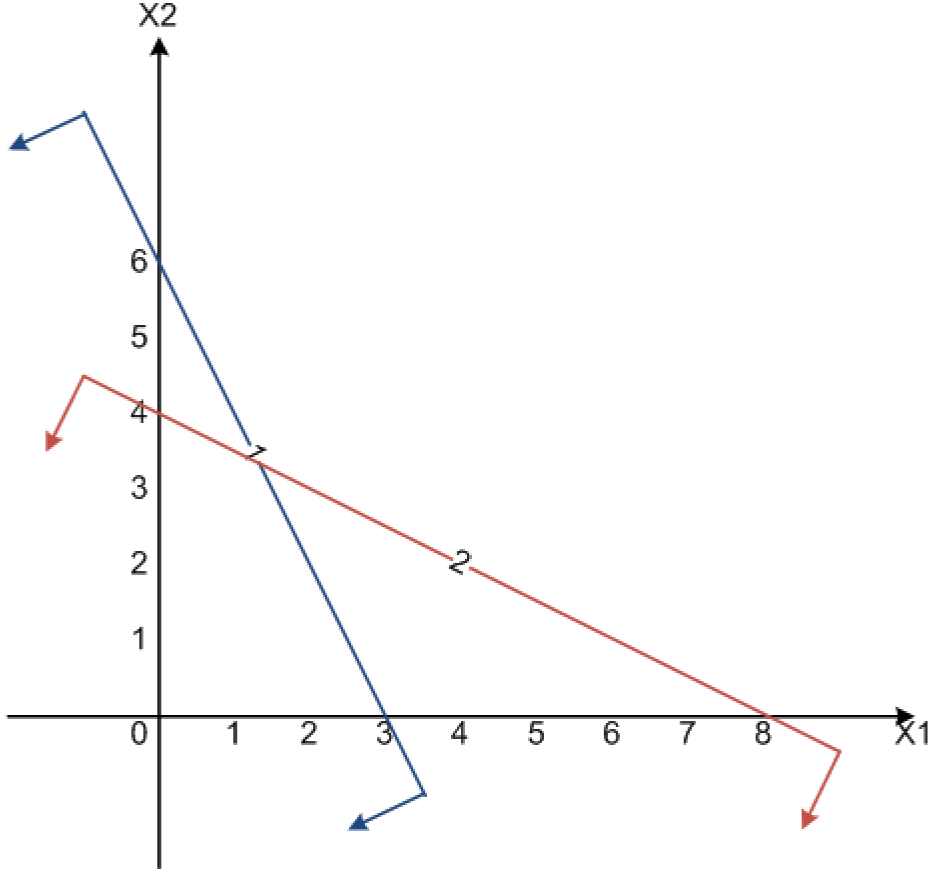
Contoh Soal 1



Contoh Soal 1

- $X1 + 2\ X2 \leq 8$
- Titik potong dengan sumbu X1
  - $X2 = 0$
  - $X1 = 8$
- Titik potong dengan sumbu X2
  - $X1 = 0$
  - $X2 = 4$

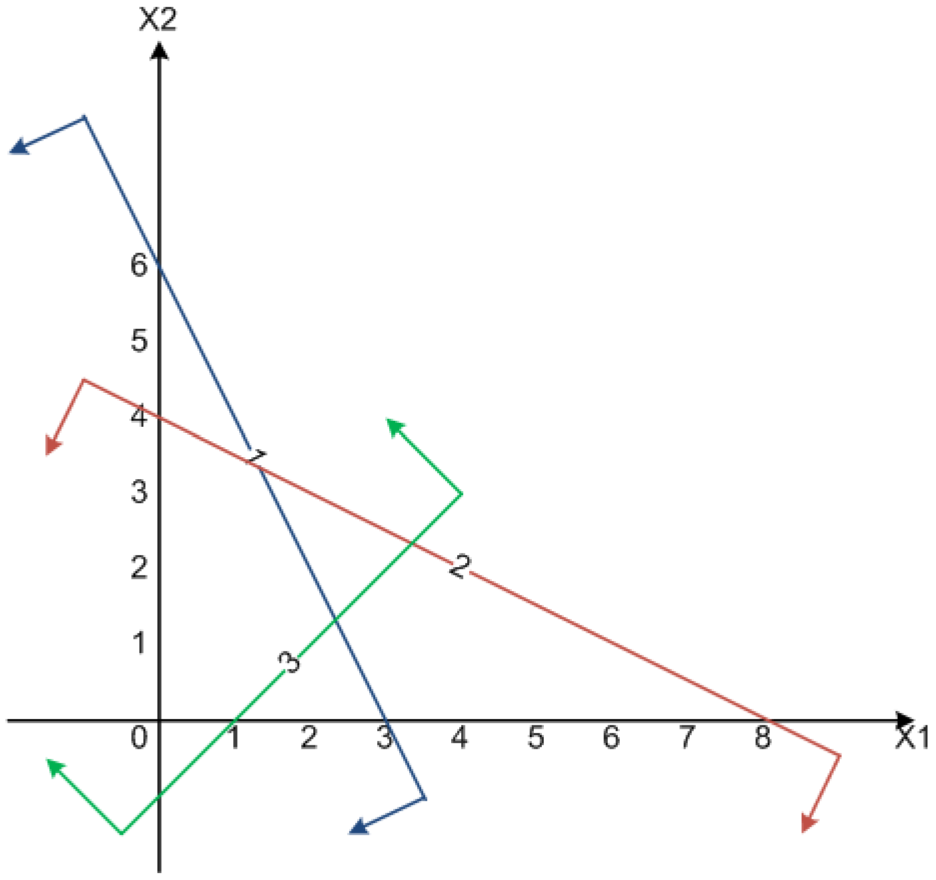
Contoh Soal 1



Contoh Soal 1

- $X1 - X2 \leq 1$
- Titik potong dengan sumbu X1
  - $X2 = 0$
  - $X1 = 1$
- Titik potong dengan sumbu X2
  - $X1 = 0$
  - $X2 = -1$

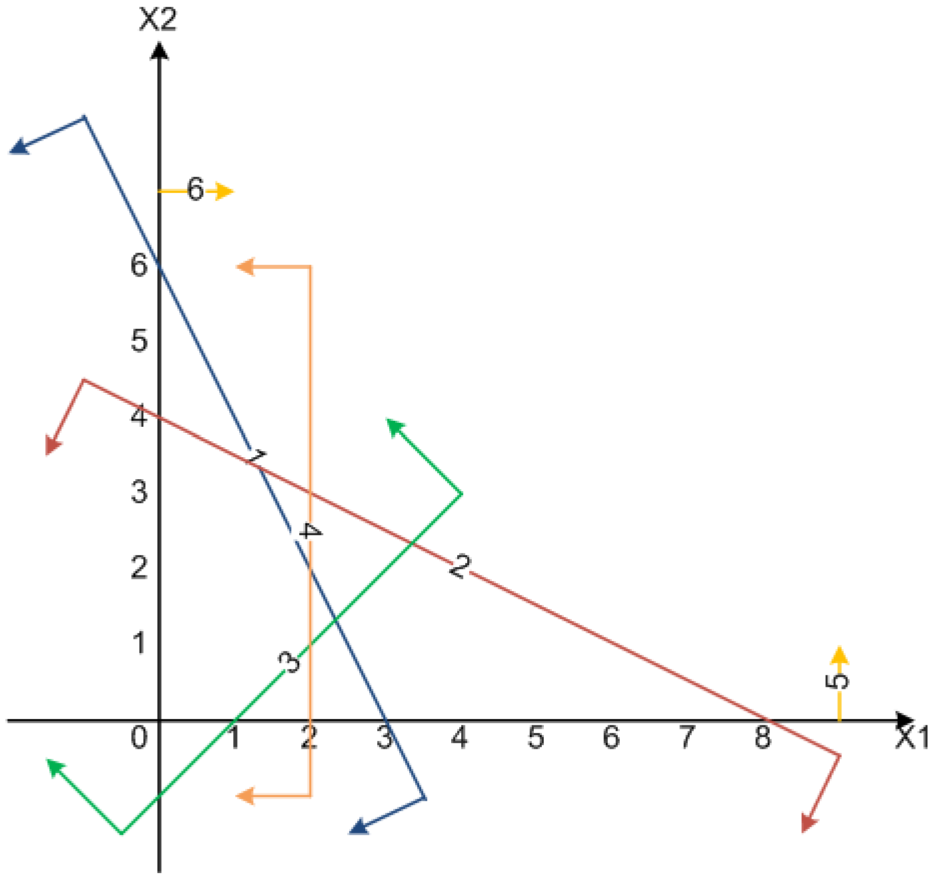
Contoh Soal 1



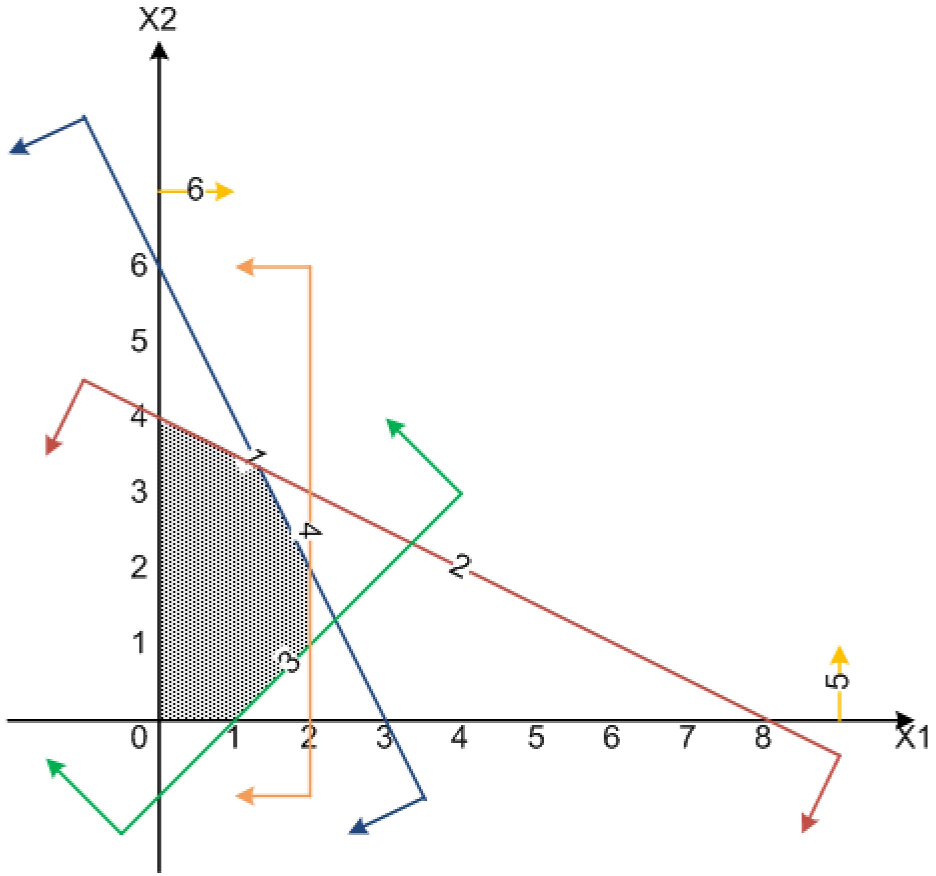
Contoh Soal 1

- $X1 \leq 2$
- $X1 \geq 0$
- $X2 \geq 0$

Contoh Soal 1



Contoh Soal 1

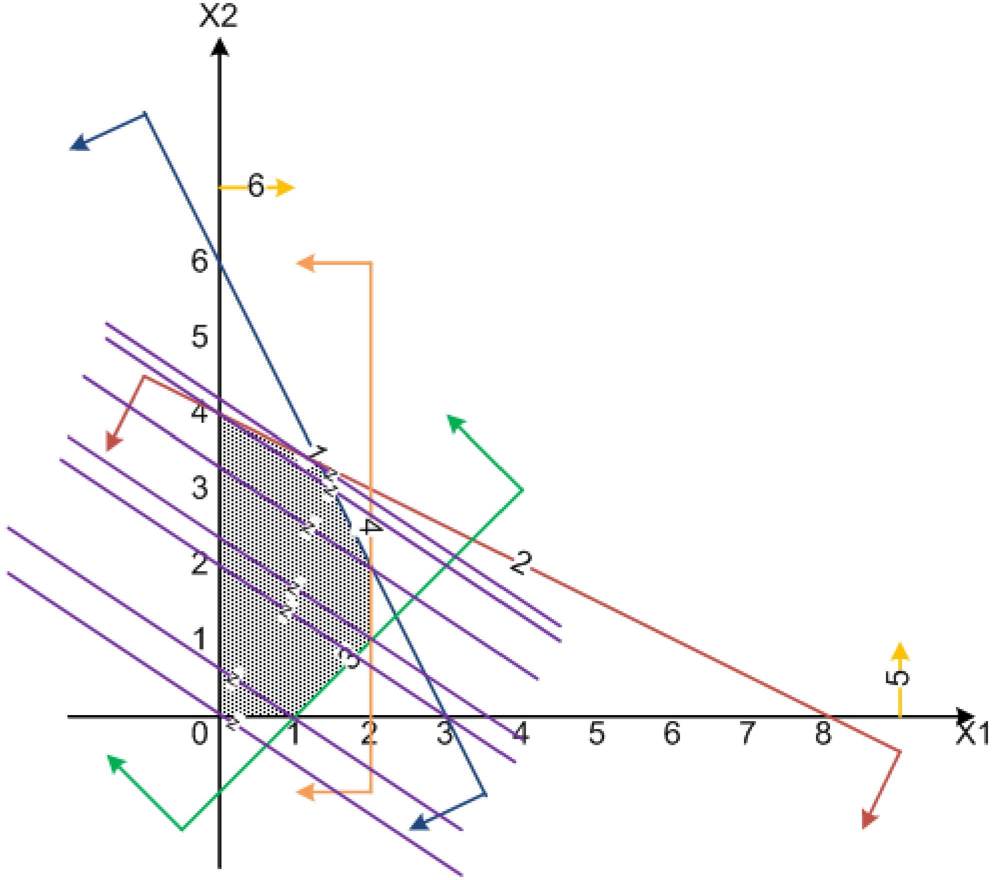


Contoh Soal 1

- Fungsi Tujuan: max z = 2000 X1 + 3000 X2
- Misalkan z = 6000
- Titik potong dengan sumbu X1 (3,0)
- Titik potong dengan sumbu X2 (0,2)

- Lakukan pergeseran ke kanan untuk mendapatkan nilai maksimum

Contoh Soal 1



Contoh Soal 1

- Nilai maksimum dicapai pada titik perpotongan garis 1 dan 2
  1) $2\ X1 + X2 \leq 6$
  2) $X1 + 2\ X2 \leq 8$
- Dengan substitusi/eliminasi, dapat diperoleh titik perpotongannya:
  - $X1 = 4/3$
  - $X2 = 10/3$
- $Z = 2000\ X1 + 3000\ X2 = 12667$
- Kesimpulan:
  - Cat interior yang harus diproduksi = 4/3 ton per hari
  - Cat eksterior yang harus diproduksi = 10/3 ton per hari
  - Pendapatan kotor maksimum yang bisa didapatkan = $12.667

Contoh Soal 2

- PT X memproduksi mainan boneka dan kereta api. Boneka dijual dengan harga 27.000/unit dengan biaya material 10.000 serta biaya tenaga kerja 14.000. Kereta api dijual seharga 21.000 per unit memerlukan biaya material 9.000 dengan biaya tenaga kerja 10.000.
- Untuk membuat boneka dan kereta api ini diperlukan 2 kelompok tenaga kerja yaitu tukang kayu dan tukang poles.
- Setiap unit boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu.Tiap unit kereta api memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu.
- Jam kerja yang tersedia hanya 100 jam pemolesan dan 80 jam pekerjaan kayu.
- Berdasar riset pasar, kebutuhan kereta api tidak terbatas, tetapi boneka tidak lebih dari 40 unit setiap minggunya. Formulasikan permasalahan diatas

Formulasi soal 2

- **Variabel Keputusan**
  - $x1$ = banyaknya boneka yang dibuat setiap minggu
  - $x2$ = banyaknya kereta api yang dibuat setiap minggu
- **Fungsi Tujuan**
  - Pendapatan per minggu

  = Pendapatan per minggu dari boneka + Pendapatan per minggu dari kereta api = $27\,x1 + 21\,x2$
  - Ongkos material per minggu = $10x1 + 9x2$
  - Ongkos tenaga kerja per minggu = $14x1 + 10x2$
- Sehingga yang dimaksimumkan :

  $(27\,x1 + 21\,x2) – (10x1 + 9x2) - (14x1 + 10x2)$

  $= 3x1 + 2x2$ → Max $z = 3x1 + 2x2$

Formulasi Soal 2

- Pembatas
  - Setiap minggu tidak lebih dari 100 jam waktu pemolesan → $2x1 + x2 \leq 100$
  - Setiap minggu tidak lebih dari 80 jam waktu pekerjaan kayu → $x1 + x2 \leq 80$
  - Tidak boleh lebih dari 40 unit boneka yang dibuat

    → $x1 \leq 40$
- Non Negativity
  - $x1 \geq 0$
  - $x2 \geq 0$

Formulasi soal 2

- Fungsi Tujuan
  - Max $z = 3x1 + 2x2$
- Fungsi Kendala / Subject To
  - $2x1 + x2 \leq 100$
  - $x1 + x2 \leq 80$
  - $x1 \leq 40$
  - $x1 \geq 0$
  - $x2 \geq 0$

Istilah yang Harus Dikenali

- Daerah layak
- Feasible solution
- Solusi optimal
- Unique Finite Optimal Solution
- Alternative Finite Optimal Solutions
- Unbounded Optimal Solution
- Solusi corner-point feasible
- Empty Feasible Region, infeasible, inconsistent

Istilah yang Harus Dikenali

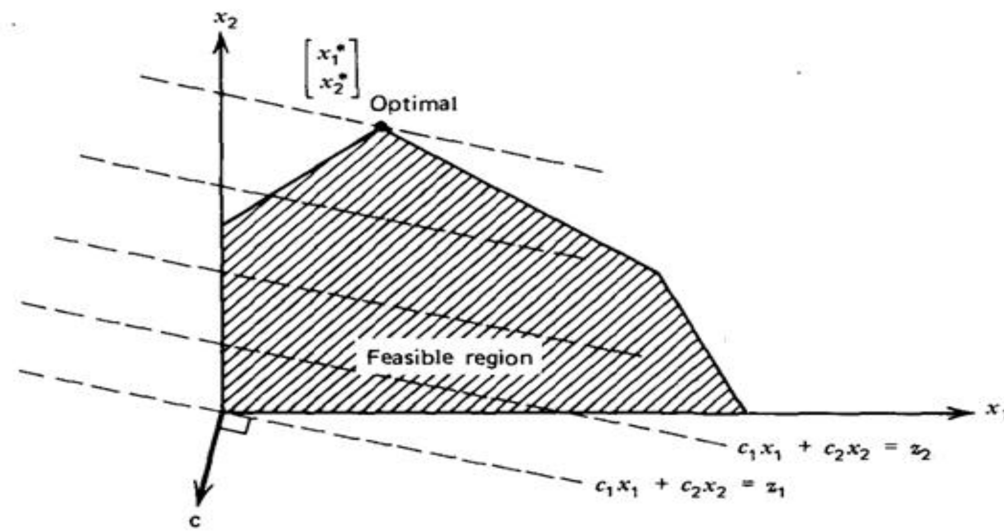
Daerah layak

- Daerah yang memenuhi semua batasan

$$\text{Minimize} \quad \mathbf{cx}$$

$$\text{Subject to} \quad \mathbf{Ax} \geqslant \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geqslant \mathbf{0}$$



Istilah yang Harus Dikenali

Feasible solution

- Permasalahan yang diajukan memiliki solusi yang memenuhi semua batasan

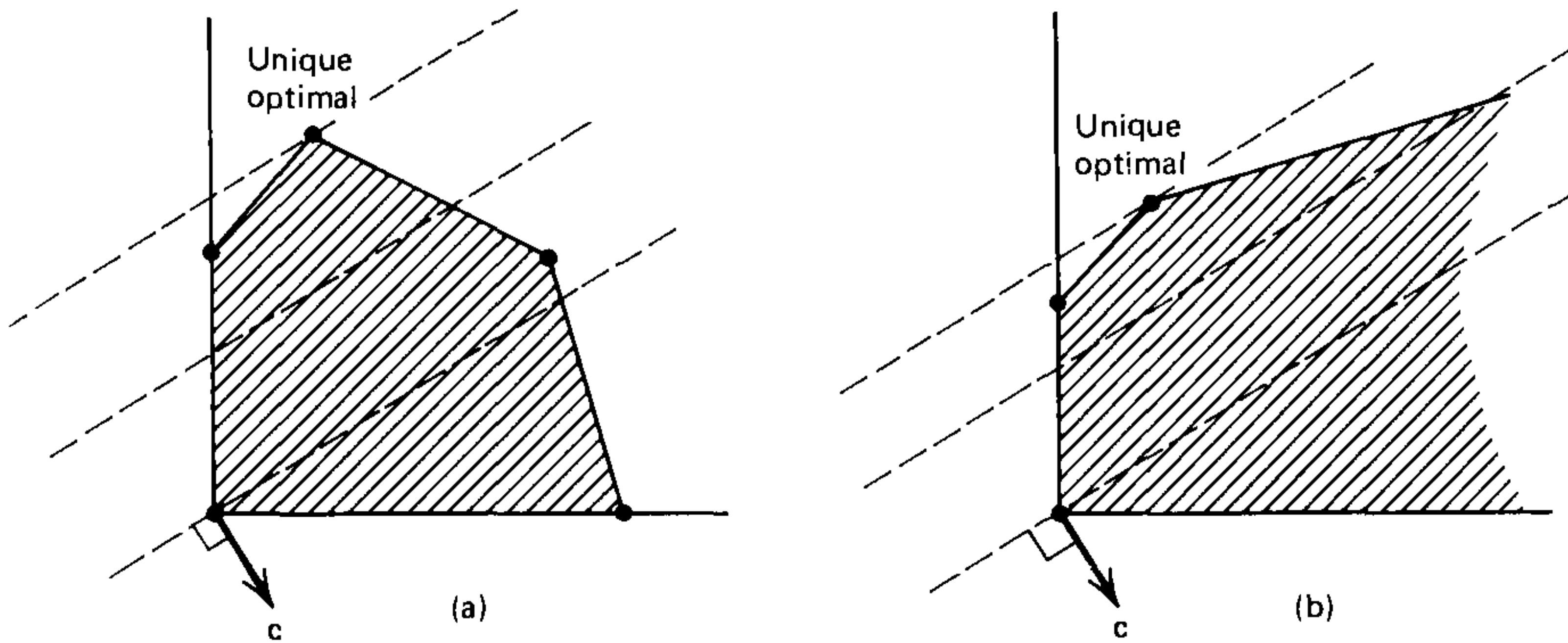
Solusi optimal

- Solusi yang dihasilkan sesuai dengan kriteria yang diinginkan (minimasi maupun maksimasi)

Istilah yang Harus Dikenali

Unique Finite Optimal Solution

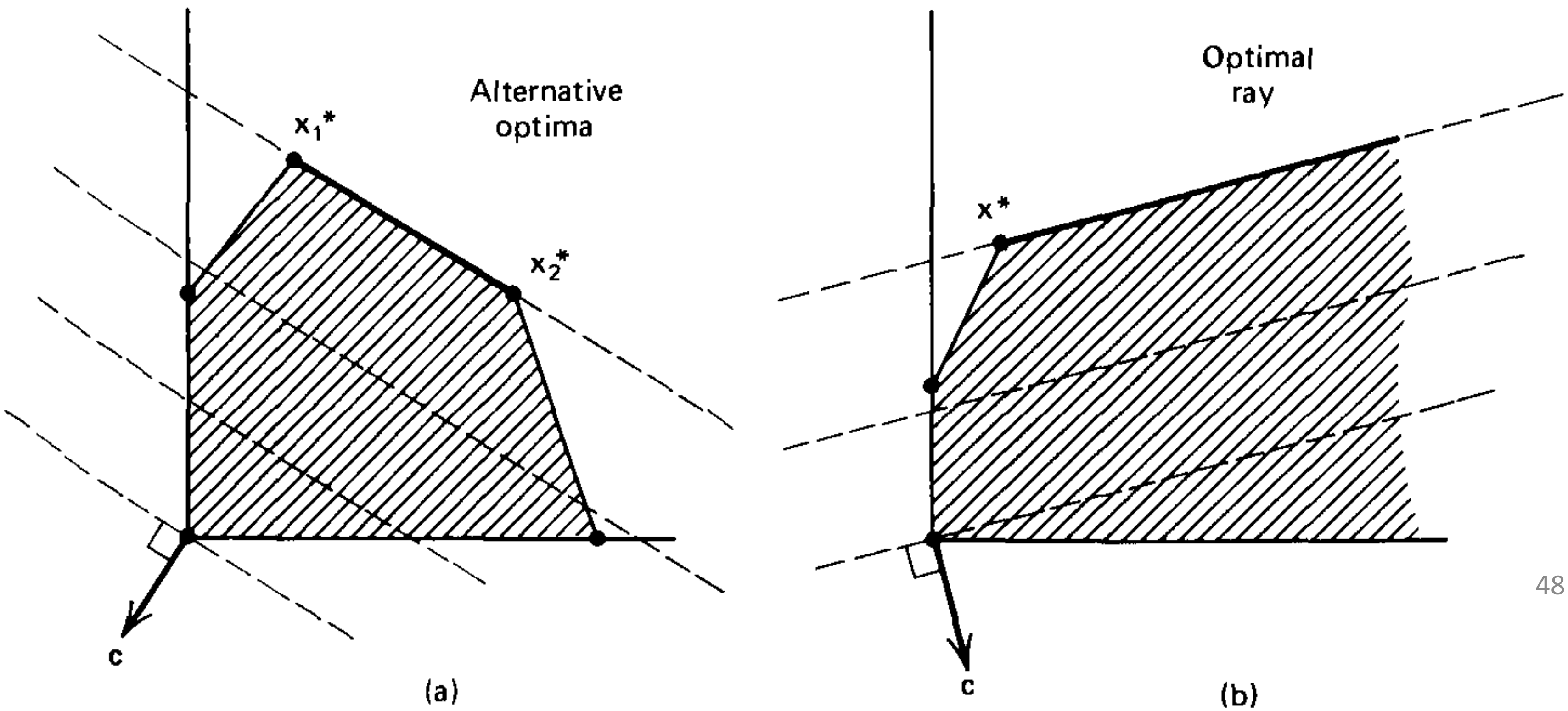
- Permasalahan hanya memiliki satu solusi optimal



Istilah yang Harus Dikenali

Alternative Finite Optimal Solutions

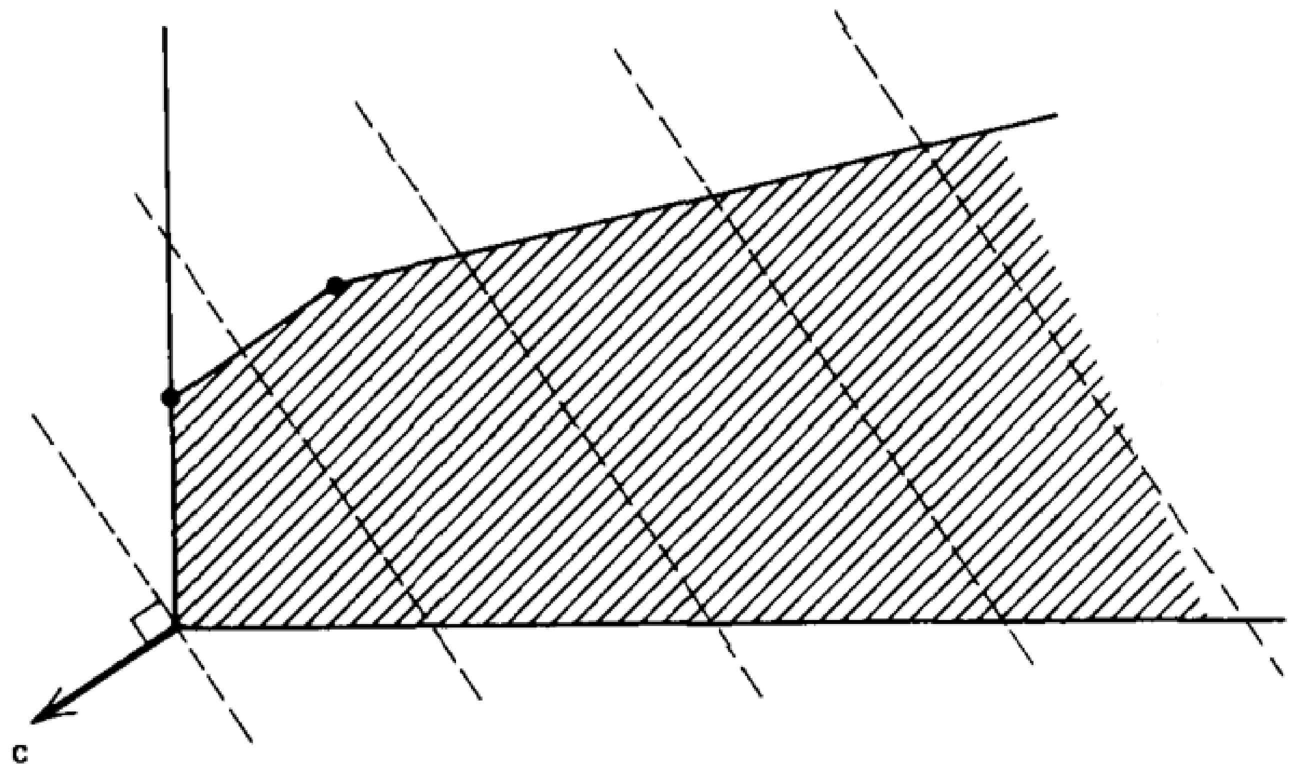
- Permasalahan memiliki penyelesaian lebih



Istilah yang Harus Dikenali

Unbounded Optimal Solution

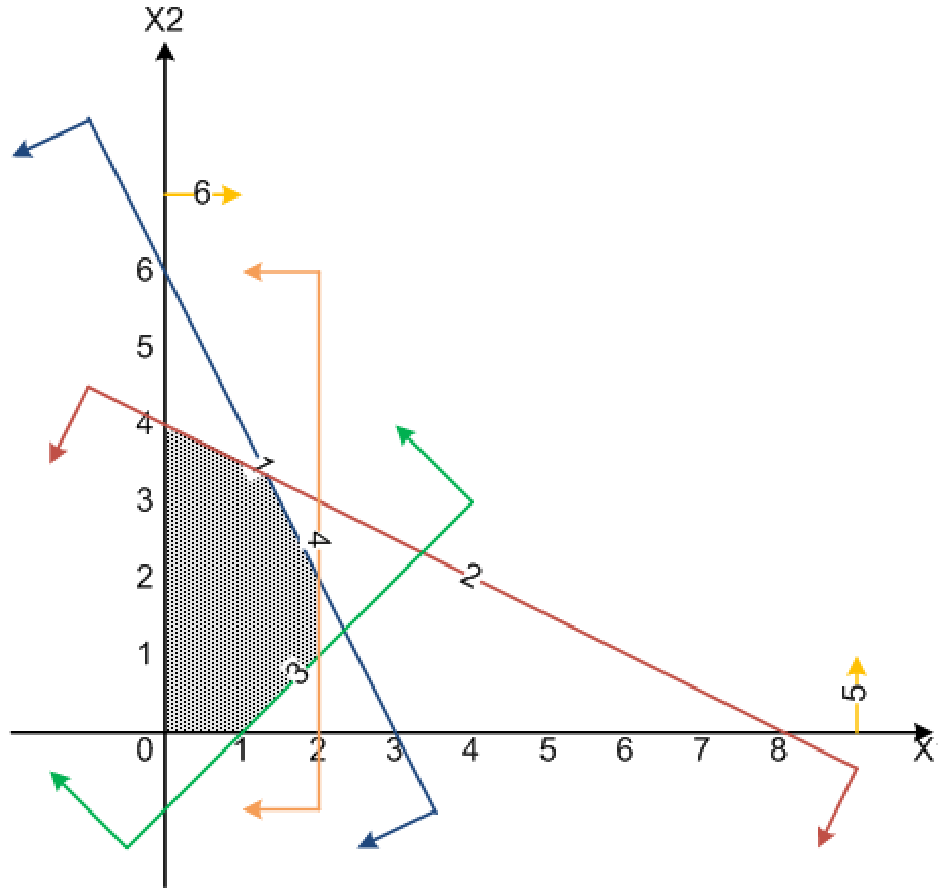
- Solusi optimal berada pada area yang tak berbatas



Istilah yang Harus Dikenali

Solusi corner-point feasible

- (Pada saat menggunakan metode grafik) kemungkinan besar solusi layak didapatkan dari titik-titik sudut yang membatasi daerah layak



Istilah yang Harus Dikenali

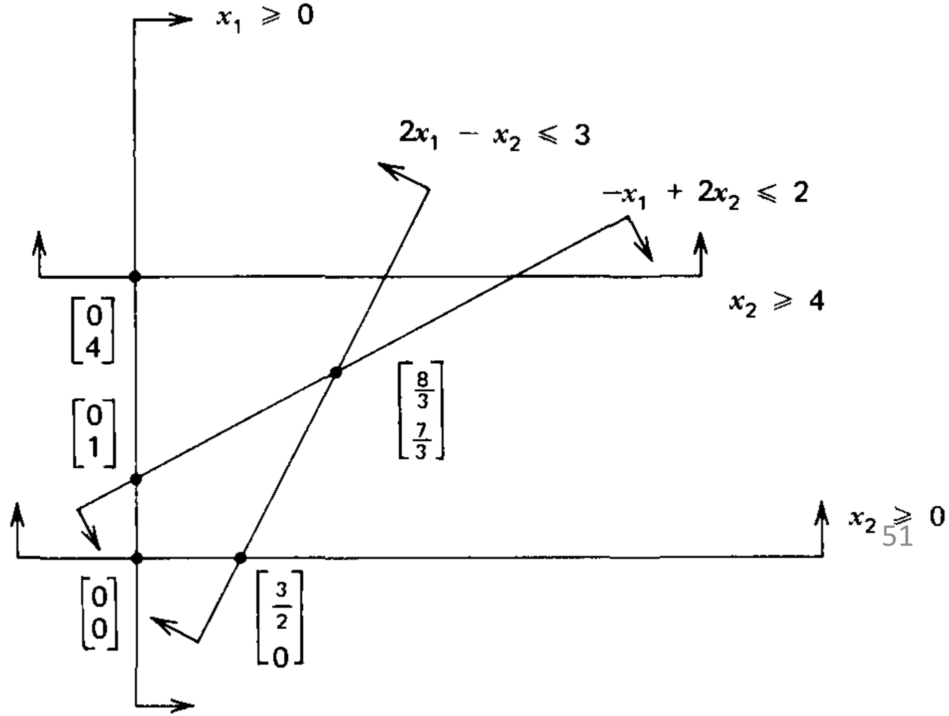
Empty Feasible Region, infeasible, inconsistent

- Tidak terdapat solusi yang layak karena paling tidak satu batasan tidak terpenuhi

Minimize $-2x_1 + 3x_2$

Subject to

$$-x_1 + 2x_2 \leqslant 2$$
$$2x_1 - x_2 \leqslant 3$$
$$x_2 \geqslant 4$$
$$x_1, \quad x_2 \geqslant 0$$



INVESTASI YANG BAIK ADALAH BELAJAR HAL-HAL YANG POSITIF

Lecture 11 – QUIZ 2

- **Materi:**
  - Perencanaan dan Perancangan Tata Letak Pabrik
  - Ekonomi Teknik
  - Penelitian Operasional

Selamat Belajar !